b). Regim staționar, izoterm, curgere tip piston cu dispersie axială.

In cazul în care se ia în considerare și dispersia axială, ecuațiile care descriu modificarea compoziției fazelor sunt:

$$\frac{1}{\operatorname{Pe}_{G}} \cdot \frac{d^{2}Y}{dz^{2}} - \frac{dY}{dz} - \frac{K_{Y} \cdot a \cdot H}{G_{0}} \cdot \left(Y - K_{e} \cdot \frac{\alpha^{2}}{1 - \alpha}\right) = 0$$

$$\frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{d^{2}\alpha}{dz^{2}} + \frac{d\alpha}{dz} + \frac{K_{Y} \cdot a \cdot H}{L_{0} \cdot M} \cdot \left(Y - K_{e} \cdot \frac{\alpha^{2}}{1 - \alpha}\right) = 0$$
(II.4.115)

Conditiile la limită:

$$\begin{split} \mathbf{Y}\Big|_{z=0} &-\frac{1}{\operatorname{Pe}_{G}} \cdot \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \mathbf{Y}_{\mathrm{in}} \\ \frac{d\mathbf{Y}}{dz}\Big|_{z=1} &= 0 \end{split} \tag{II.4.116} \\ \alpha\Big|_{z=1} &+ \frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{d\alpha}{dz}\Big|_{z=1} = \alpha_{\mathrm{in}} \\ \frac{d\alpha}{dz}\Big|_{z=0} &= 0 \end{split}$$

Soluționarea numerică a sistemului de ecuații diferențiale (II.4.115) pornește de la scrierea acestor ecuații ca și ecuații cu diferențe (metoda matriciala, §I.4.1.2.3):

$$\frac{1}{\operatorname{Pe}_{g}} \cdot \frac{\mathbf{Y}_{i+1} - 2 \cdot \mathbf{Y}_{i} + \mathbf{Y}_{i-1}}{\Delta z^{2}} - \frac{\mathbf{Y}_{i+1} - \mathbf{Y}_{i-1}}{2 \cdot \Delta z} - \frac{\mathbf{K}_{Y} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{H}}{\mathbf{G}_{0}} \cdot \left(\mathbf{Y}_{i} - \mathbf{K}_{e} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}_{i}^{2}}{1 - \boldsymbol{\alpha}_{i}}\right) = 0$$

$$(II.4.117)$$

$$\frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}_{i+1} - 2 \cdot \boldsymbol{\alpha}_{i} + \boldsymbol{\alpha}_{i-1}}{\Delta z^{2}} - \frac{\boldsymbol{\alpha}_{i+1} - \boldsymbol{\alpha}_{i-1}}{2 \cdot \Delta z} - \frac{\mathbf{K}_{Y} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{H}}{\mathbf{L}_{0} \cdot \mathbf{M}} \cdot \left(\mathbf{Y}_{i} - \mathbf{K}_{e} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}_{i}^{2}}{1 - \boldsymbol{\alpha}_{i}}\right) = 0$$

O problemă imporantă în asigurarea stabilității și convergenței soluției numerice a sistemelor de ecuații neliniare de tipul sistemului II.4.117 este modul de



transpunere în scheme cu diferențe a condițiilor la limită. Una din tehnicile care asigură o bună convergență este aceea a construirii a câte unei celule suplimentare la cele două extremități: celulele "-1" și "n+1".

Y.1	Yı	Y ₂	 Y _{n-1}	Yn	Y _{n+1}
α.1	α_1	α_2	α _{n-1}	α'n	α _{n+l}

Figura II.4.25 Condițiile la limită pentru absorber: celulele "-1" și "n+1".

Condiția pe gaz la z=0 :

$$\left. \mathbf{Y}_{\text{in}} - \mathbf{Y} \right|_{z=0} = -\frac{1}{\operatorname{Pe}_{g}} \cdot \frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{dz}} \right|_{z=0}$$

se poate scrie în forma:

$$Y_{in} - Y_1 = -\frac{1}{Pe_g} \cdot \frac{Y_2 - Y_{-1}}{2 \cdot \Delta z}$$
 (II.4.118)

Din relația (II.4.118) se explicitează Y₋₁:

$$\mathbf{Y}_{-1} = \mathbf{Y}_2 - 2 \cdot \Delta \mathbf{z} \cdot \mathbf{P} \mathbf{e}_{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{Y}_1 + 2 \cdot \Delta \mathbf{z} \cdot \mathbf{P} \mathbf{e}_{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{Y}_{in}$$
(II.4.119)

iar expresia lui se utilizează ca și nodul " Y_{i-1} " în cazul celulei "1", ecuația acesteia ramânând de forma II.4.117.

Condiția pe lichid la z=1:

$$\left. \alpha_{in} - \alpha \right|_{z=1} = \frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z} \right|_{z=1}$$

se discretizează peste ultimele trei celule:

$$\alpha_{\rm in} - \alpha_{\rm n} = \frac{1}{{\rm Pe}_{\rm L}} \cdot \frac{\alpha_{\rm n+1} - \alpha_{\rm n-1}}{2 \cdot \Delta z} \tag{II.4.120}$$

Din relația II.4.120 se explicitează α_{n+1} :

$$\alpha_{n+1} = \alpha_{n-1} + 2 \cdot Pe_L \cdot \Delta z \cdot \alpha_{in} - 2 \cdot Pe_L \cdot \Delta z \cdot \alpha_n$$
 (II.4.121)

iar expresia lui se folosește la discretizarea nodului "n". In ceea ce privește condiția pe lichid la z=0:

$$\left. \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z} \right|_{z=0} = 0 \tag{II.4.122}$$

discretizând peste nodurile "-1" - "2":

$$\frac{\alpha_2 - \alpha_{-1}}{2 \cdot \Delta z} = 0 \tag{II.4.123}$$

rezultă $\alpha_{-1} = \alpha_2$ și deci în expresia nodului "1", drept α_{i-1} se folosește " α_2 ". In mod similar, condiția pe gaz la z=1 devine:

$$\frac{Y_{n+1} - Y_{n-1}}{2 \cdot \Delta z} = 0$$
(II.4.124)

ceea ce conduce la înlocuirea lui Y_{n+1} cu Y_{n-1} în expresia nodului "n".

Soluționarea numerică a sistemului algebric neliniar II.4.117 necesită utilizarea unuia din algoritmii specifici sistemelor neliniare. Algotitmul Newton-Raphson, prezentat anterior, necesită pe langă un fisier MATLAB de tip "funcție" care să conțină ecuațiile sistemului înca un fișier care să conțină derivatele acestor ecuații în raport cu necunoscutele – compoziția fazelor gazoasă și lichidă.

Funcția fabsnr, prezentată mai jos, are drept intrări vectorul necunoscutelor – raportul molar și gradul de carbonatare în fiecare nod de discretizare și numărul de noduri ("celule" pe axa z) iar ca ieșire valoarea numerică, "fabs", rezultată pentru fiecare ecuație a sistemului.

```
II.4 Exemple de modele matematice analitice 127
```

```
falfa(1)=ba(1,1)*alfa(1)+bae(1)*alfa(1)^2/(1-alfa(1))+
ba(1,2)*alfa(2) + by(1)*y(1);
% Section no. k
for k=2:n-1
fy(k)=ay(k,1)*y(k-1)+ay(k,2)*y(k)+ay(k,3)*y(k+1)+
ae(k)*alfa(k)^2/(1-alfa(k));
falfa(k)=ba(k,1)*alfa(k-1)+ba(k,2)*alfa(k)+bae(k)*alfa(k)^2/(1-
alfa(k))+ba(k,3)*alfa(k+1)+by(k)*y(k);
end;
% Section no. n
f_{y(n)=ay(n,1)*y(n-1)+ay(n,2)*y(n)+ae(n)*alfa(n)^{2}(1-alfa(n));
falfa(n)=bin*alfain+ba(n,1)*alfa(n-1)+ba(n,2)*alfa(n)+
bae(n)*alfa(n)^2/(1-alfa(n))+by(n)*y(n);
nn=2*n;
nn1=nn-1;
for k1=1:2:nn1
      fabs(k1)=fy((k1+1)/2);
end;
for k1=2:2:nn
      fabs(k1)=falfa(k1/2);
end;
```

Coeficienții din fața necunoscutelor y(k) și alfa(k) sunt definiți în programul principal:

```
% Section no.1
ain=(2/dz+peg);
ay(1,1)=(-2*peg*dz-2)/(peg*dz^2)-peg-ky(1)*au*h/g0;
ay(1,2)=2/(peg*dz^2);
ae(1)=ky(1)*au*h*ke(1)/g0;
ba(1,1) = -(1/(2*dz)+1/(pel*dz^2));
bae(1) = -ky(1) * au * h * ke(1) / (10 * m);
ba(1,2)=1/(2*dz)+1/(pel*dz^2);
by(1)=ky(1)*au*h/(10*m);
% Section no. k
for k=2:n-1
      ae(k)=ky(k)*au*h*ke(k)/q0;
      bae(k) = -ky(k) *au*h*ke(k) / (10*m);
      by(k)=ky(k)*au*h/(10*m);
      ay(k,1)=.5/dz+1/(peg*dz^2);
      ay(k,2) = -(2/(peg*dz^2)+ky(k)*au*h/g0);
      ay(k,3) = -.5/dz + 1/(peg*dz^2);
      ba(k,1) = -0.5/dz + 1/(pel*dz^2);
      ba(k,2)=-2/(pel*dz^2);
      ba(k,3)=0.5/dz+1/(pel*dz^2);
end;
% Section no. n
ay(n,1)=1/(2*dz)+1/(peg*dz^2);
```

```
128 II Modele matematice analitice
```

```
ay(n,2)=(1/(2*dz)+1/(peg*dz^2)+ky(n)*au*h/g0);
ae(n)=ky(n)*au*h*ke(n)/g0;
bin=2/dz+pel;ba(n,1)=2/(pel*dz^2);
by(n)=ky(n)*au*h/(10*m);
ba(n,2)=-(2+2*dz*pel)/(pel*dz^2)-pel;
bae(n)=-ky(n)*au*h*ke(n)/(10*m);
```

In ceea ce privește matricea Jacobiana a sistemului II.4.116, ea este definită în fișierul MATLAB de tip funcție "jfabs"(derivarea s-a realizat direct în raport cu vectorul xv):

```
function jf=jfabs(xv,n)
global ay ae ba bae by
nn=2*n;
% Section 1
jf(1,1)=ay(1,1);
jf(1,2)=ae(1)*(2*xv(2)-3*xv(2)^2)/((1-xv(2))^2);
jf(1,3)=ay(1,2);
for k=4:nn
   jf(1,k)=0;
end;
jf(2,1)=by(1);
jf(2,2)=ba(1,1)+bae(1)*(2*xv(2)-3*xv(2)^2)/((1-xv(2))^2);
jf(2,3)=0;
jf(2,4)=ba(1,2);
for k=5:nn
   jf(2,k)=0;
end;
% Section k
for kk=3:2:nn-3
   for k=1:kk-3
      jf(kk,k)=0;
   end;
   jf(kk,kk-2)=ay((kk+1)/2,1); jf(kk,kk-1)=0;
   jf(kk,kk)=ay((kk+1)/2,2);
   jf(kk,kk+1)=bae((kk+1)/2)*(2*xv(kk+1)-3*xv(kk+1)^2)/((1-
xv(kk+1))^2);
   jf(kk,kk+2)=ay((kk+1)/2,3);
   for k=kk+3:nn
      jf(kk,k)=0;
   end;
end;
for kk=4:2:nn-2
   for k=1:kk-3
      jf(kk,k)=0;
   end;
   jf(kk,kk-2)=ba(kk/2,1); jf(kk,kk-1)=by(kk/2);
```

II.4 Exemple de modele matematice analitice 129

```
jf(kk,kk)=ba(kk/2,2)+bae(kk/2)*(2*xv(kk)-3*xv(kk)^2)/((1-
xv(kk))^2);
   jf(kk,kk+1)=0; jf(kk,kk+2)=ba(kk/2,3);
   for k=kk+3:nn
      jf(kk,k)=0;
   end;
end;
% Section n
for k=1:nn-4
   jf(nn-1,k)=0;
end;
jf(nn-1,nn-3)=ay(nn/2,1); jf(nn-1,nn-2)=0;
jf(nn-1,nn-1)=ay(nn/2,2);
jf(nn-1,nn)=ae(nn/2)*(2*xv(nn)-3*xv(nn)^2)/((1-xv(nn))^2);
for k=1:nn-3
   jf(nn,k)=0;
end;
jf(nn,nn-2)=ba(nn/2,1); jf(nn,nn-1)=by(nn/2);
jf(nn,nn) = ba(nn/2,2) + bae(nn/2)*(2*xv(nn)-3*xv(nn)^2)/((1-
xv(nn))^2);
```

In figurile II.4.26 și II.4.27 sunt prezentate, comparativ, profilele compoziției fazelor în cazul curgerii tip piston și al curgerii tip piston cu dispersie axială ($Pe_g=Pe_L=20$). Valorile parametrilor au fost prezentate în paragraful anterior (§ - a).



Figura II.4.26 Raportul molar în gaz: "-": curgere tip piston; ".": piston cu dispersie axială, Peg =20.





Figura II.4.27 Profilul gradului de carbonatare în lungul axei: "-": curgere tip piston; "." : curgere tip piston cu dispersie axială, $Pe_L = 20$.

c). Regim staționar, neizoterm, curgere tip piston cu dispersie axială.

In cazul multor instalații industriale de absorbție, efectele termice care însoțesc absorbția nu pot fi neglijate în modelarea și simularea acestor procese. De exemplu, în cazul purificării gazului de sinteza de la fabricarea amoniacului prin absorbție în carbonat de potasiu activat cu dietanolamină, așa numitul procedeu Carsol, în cazul zonei inferioare a coloanei industriale, diferența între temperatura soluției semiregenerate la intrare și cea de la ieșire este în jur de 5-10 °C, fapt ce produce însemnate modificări în ceea ce privește viteza transferului de masă și compoziția la echilibru.

In figura II.4.28 este prezentata schema de principiu a absorberului industrial. Gazul de sinteza strabate zona inferioara a absorberului in contracurent cu solutia semiregenerata. In vederea unei purificari fine, in partea superioara are loc absorbtia la temperatura mai scazuta si cu o solutie a carei regenerare este mult mai avansata. Principalii parametri ai instalatiei sunt mentionati pentru doua regimuri diferite de exploatare (concentratia solutiei regenerate de 19,8 si respectiv 27,2%).Este mentionata de asemenea si compozitia fazei gazoase dupa fiecare strat de umplutura (fiecare strat avand in jur de 5,5 m).De remarcat faptul ca la iesire solutia este racita pe seama gazului, in realitate in zona inferioara temperatura ajungand la 110-111°C.





Figura II.4.28 Schema de principiu a absorberului industrial. Notă: pe figură sunt precizate valorile parametrilor pentru două situații de funcționare.

Este deci evident faptul ca atât în modelare și simulare cât și în proiectare nu se poate neglija componenta termică. În ceea ce priveste hidrodinamica, în legatură cu turnuri având astfel de dimensiuni (înălțimea umpluturii, în zona inferioară este de 22 metri iar diametrul acestei zone este de 3,75 metri) informațiile prezente în literatură sunt foarte sarace. Rezultatele privind simularea prezentate în continuare pornesc deci de la valori ipotetice ale numerelor Peclet atăt în ceea ce priveste efectul amestecării axiale asupra compoziției fazelor cât și asupra temperaturii acestora. Unii autori (Gianetto A., Silverston P.L.- [22]) iau în considerare pentru numerele Peclet referitoare la transferul de masă și pentru cele referitoare la transferul termic aceleași

valori. Acest punct de vedere este justificat într-un fel de faptul că ambele sunt cauzate în absorber de același fenomen: curgerea turbulentă peste corpurile de umplutură.

Deducerea ecuațiilor care descriu modificarea temperaturii fazelor în lungul axei și în timp în condițiile în care se are în vedere efectul amestecării axiale, pornește din nou de la scrierea fluxurilor termice aferente unui element de volum de înălțime dh. Fluxurile difuzive sunt și în acest caz produsul dintre forta motrice (gradientul de temperatură în direcția axială), suprafața prin care are loc difuzia și conductivitatea termică difuziva (eddy thermal conductivity), datorată inclusiv turbulenței și amestecării cauzate de curgerea prin umplutură. Valorile acesteia pot fi de câteva zeci de ori mai mari decât cele ale conductivității termice datorate numai conducției .

In cazul schemei de fluxuri din figura II.4.29, debitul de lichid prin coloana sa considerat constant, la fel și caldura specifică a soluției. In ceea ce privește gazul, s-a luat în considerare atăt modificarea compoziției căt și a caldurii molare a acestuia. Ecuațiile II.4.127 și II.4.128 sunt deduse într-o maniera similară cu cea prezentată pentru ecuațiile referitoare la modificarea compoziției fazelor.

In ceea ce privește condițiile la limită, vom considera din nou că turnul de absorbție este închis la difuziune la ambele capete ale coloanei:

- la intrarea gazului (z=0), fluxul piston de la intrare (conducta de alimentare cu gaz) este egal cu suma fluxurilor termice piston și difuziv din coloană; la ieșire gaz (z=1), temperatura este continuă și deci gradientul de temperatură este zero;

- la intrarea lichidului (z=1), ca și în cazul gazului, fluxul piston de la intrarea în absorber este egal cu suma fluxurilor piston și difuziv din coloană; la ieșirea lichidului (z=0), gradientul de temperatură este nul.

Ataşând cele două ecuații cu derivate parțiale care descriu modificarea compoziției fazelor, modelul matematic al absorberului este constituit din urmatoarele patru ecuații cu derivate parțiale:

$$\frac{\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\beta}_{g}}{\mathbf{G}_{0} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Y})^{2}} \cdot \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = \frac{1}{\mathbf{P} \mathbf{e}_{g}} \cdot \frac{\partial^{2} \mathbf{Y}}{\partial z^{2}} - \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial z} - \frac{\mathbf{K}_{Y} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{H}}{\mathbf{G}_{0}} \cdot \left(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^{*}\right)$$
(II.4.125)

$$\frac{\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{L}}}{\mathbf{L}_{0}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \frac{1}{\mathbf{P}\mathbf{e}_{\mathrm{L}}} \cdot \frac{\partial^{2} \mathbf{X}}{\partial z^{2}} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial z} + \frac{\mathbf{K}_{\mathrm{Y}} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{H}}{\mathbf{L}_{0}} \cdot \left(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^{*}\right)$$
(II.4.126)

$$\frac{\phi_{g}H}{(1+Y)\cdot V_{m}G_{0}}\frac{\partial T_{g}}{\partial t} = \frac{1}{Pe_{TG}}\frac{\partial^{2}T_{g}}{\partial z^{2}} - \frac{\partial T_{g}}{\partial z} - \frac{c_{M}^{A}\cdot T_{g}}{c_{M}}\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{c_{M}^{A}}{c_{M}}\frac{\partial Y}{\partial z}\frac{\partial T_{g}}{\partial z} dz - \frac{K_{Y}aHT_{g}c_{M}^{A}}{G_{0}c_{M}}(Y-Y^{*}) + \frac{\alpha_{T}aH}{G_{0}c_{M}}(T_{L}-T_{g})$$
(II.4.127)



$$\frac{\varphi_{\rm L}\rho_{\rm H}}{L_{\rm m0}}\frac{\partial T_{\rm L}}{\partial t} = \frac{1}{Pe_{\rm TL}}\frac{\partial^2 T_{\rm L}}{\partial z^2} + \frac{\partial T_{\rm L}}{\partial z} + \frac{K_{\rm Y}aH}{L_{\rm m0}c_s} \left(Y - Y^*\right) \left(T_{\rm g}c_{\rm M}^{\rm A} + (-\Delta H_{\rm R})\right) - \frac{\alpha_{\rm T}aH}{L_{\rm m0}c_s} \left(T_{\rm L} - T_{\rm g}\right)$$
(II.4.128)

Condițiile la limită sunt:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}\Big|_{z=0} &- \frac{1}{\operatorname{Pe}_{G}} \cdot \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \mathbf{Y}_{\mathrm{in}}; \qquad \frac{\partial \alpha}{\partial z}\Big|_{z=0} = \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{g}\Big|_{z=0} &- \frac{1}{\operatorname{Pe}_{TG}} \cdot \frac{\partial \mathbf{T}_{g}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \mathbf{T}_{g_{\mathrm{in}}}; \qquad \frac{\partial \mathbf{T}_{L}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{II.4.129} \\ \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial z}\Big|_{z=1} &= \mathbf{0} \qquad \alpha\Big|_{z=1} + \frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial z}\Big|_{z=1} = \alpha_{\mathrm{in}} \\ \frac{\partial \mathbf{T}_{g}}{\partial z}\Big|_{z=1} &= \mathbf{0} \qquad \alpha\Big|_{z=1} + \frac{1}{\operatorname{Pe}_{L}} \cdot \frac{\partial \mathbf{T}_{L}}{\partial z}\Big|_{z=1} = \mathbf{T}_{\mathrm{Lin}} \end{aligned}$$

Notații noi utilizate:

- L_m – debitul masic de lichid, [kg/s];

 $\begin{array}{l} -\lambda_{E} - \mbox{conductivitatea termică "eddy", [kJ/(m s °C)] \\ -T_{g}, T_{L} - \mbox{temperatura gazului sau lichidului, [°C]; \\ -C_{M}^{i}, C_{M}^{A} - \mbox{caldura molară a inertului sau a substanței care se absoarbe (CO₂), \end{array}$ [kJ/kmol];

- c_s – caldura specifică a lichidului, [kj/kmol °C]; - V_M – volumul molar, [m³/kmol];

- Pe_{Tg}, Pe_{TL} numerele Peclet referitoare la amestecarea termică axială; - α_T - coeficientul de transfer termic gaz – lichid, [kJ/(m² °C s)];

- ΔH_R – entalpia de reacție, [kJ/kmol].



134 II Modele matematice analitice



Redăm în continuare o modalitate de soluționare numerică a sistemului de ecuații II.4.125 – II.4.128 cu condițiile la limită II.4.129 pentru cazul regimului staționar (a se vedea și figura II.4.30):

1. Profilul staționar inițial a fost generat pornind de la simularea funcționării coloanei printr-o cascadă de reactoare cu amestecare perfectă, pentru fiecare reactor realizându-se și bilanțul termic;

2. Soluția numerică a celor două ecuații neliniare (din cauza echilibrului, a se vedea și relațiile II.4.117) referitoare la compozitii se obține prin discretizare prin diferențe finite și soluționarea sistemului de ecuații neliniare pe baza algoritmului Newton-Raphson, conform paragrafului precedent.

3. Folosind profilul de compoziții obtinut la punctul 2, o primă estimare a temperaturii fazelor se calculează prin rezolvarea pe baza unei scheme implicite a celor două ecuații referitoare la temperatura fazelor.

4. Pe baza valorilor compoziției și temperaturii fazelor se recalculează parametrii modelului (transfer de masă, echilibru) pentru fiecare celulă de discretizare;
5. Paşii 2-4 sunt repetați până la obținerea convergenței soluțiilor.

Urmatoarele ecuații au fost utilizate în evaluarea parametrilor modelului [22]:

- Relații referitoare la transferul de masă și aria udată:

$$K_{y} = \frac{K_{g} \cdot P}{(1+Y) \cdot (1+Y^{*})}$$
 (II.4.130) $K_{g} = \frac{k_{g} k_{L} He}{k_{g} + k_{L} He}$ (II.4.131)

$$k_{g} = 3.6 \cdot \frac{a_{p} D_{G}}{R T_{k}} \left(\frac{G_{m0}}{a_{p} \eta_{g}} \right)^{0.7} \left(\frac{\eta_{g}}{\rho_{g} D_{g}} \right)^{0.3} \left(a_{p} D_{p} \right)^{-2}$$
(II.4.132)

$$\mathbf{k}_{\mathrm{L}} = \mathbf{E}_{\mathrm{p}} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{k}_{\mathrm{L0}} \tag{II.4.133}$$

$$k_{L}^{0} = 0.0051 \left(\frac{\eta_{L} \cdot g}{\rho_{L}}\right)^{0.33} \left(\frac{L_{m0}}{a\eta_{L}}\right)^{0.66} \left(\frac{\eta_{L}}{\rho_{L}D_{L}}\right)^{-0.5} \left(a_{p}D_{p}\right)^{0.4}$$
(II.4.134)

$$a = a_{p} \left\{ 1 - \exp\left[-1.45 \left(\frac{L_{m0}}{a_{p} \eta_{L}} \right)^{0.1} \left(\frac{a_{p} L_{m0}^{2}}{g \rho_{L}^{2}} \right)^{-0.05} \left(\frac{L_{m0}^{2}}{a_{p} \sigma \rho_{L}} \right)^{0.2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{c}} \right)^{0.75} \right] \right\}$$
(II.4.135)





Figura II.4.30 Organigrama de soluționare a ecuațiilor 1.4.100 – 1.4.103 pentru situația de regim staționar

II.4 Exemple de modele matematice analitice 137

$$\mathbf{E} = \left[\left(1 + \frac{3^{1.5} \cdot (\mathbf{E}_{\infty} - 1) \cdot \mathbf{E}_{\infty}}{1 + \phi} \right)^{0.33} - 1 \right] \cdot \frac{(1 + \phi)^{0.75}}{3^{0.5} \cdot (\mathbf{E}_{\infty} - 1)^{0.5}}$$
(II.4.136)

$$E_{\infty} = 1 + \frac{K \cdot [CO_{2}^{i}] + [HCO_{3}^{-}]}{2 \cdot ([CO_{2}^{i}] - [CO_{2}^{*}])} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{4 \cdot K \cdot [CO_{2}^{i}] - [CO_{3}^{2-}] - [HCO_{3}^{-}]^{2}}{(K \cdot [CO_{2}^{i}] + [HCO_{3}^{-}])^{2}}} - 1\right)$$
(II.4.137)

K = 4
$$\cdot \frac{K_{\perp}}{K_{2}}$$
 (II.4.138) $\phi = \frac{D_{\perp} \cdot k_{OH} \cdot [OH^{-}]}{(k_{\perp}^{0})^{2}}$ (II.4.139)

$$\log K_{1} = -\frac{3404.7}{T_{LK}} + 14.843 - 0.03279 T_{LK}$$
(II.4.139)

$$\log K_{2} = -\frac{2902.7}{T_{LK}} + 6.498 - 0.0238 T_{LK}$$
(II.4.140)

$$\left[\mathrm{OH}^{-}\right] = \frac{\mathrm{K}_{\mathrm{w}} \cdot \left[\mathrm{CO}_{3}^{2^{-}}\right]}{\mathrm{K}_{2} \cdot \left[\mathrm{HCO}_{3}^{-}\right]} \tag{II.4.141}$$

$$\log k_{_{OH}} = 13.635 - \frac{2895}{T_{_{LK}}} + 0.08 \cdot I_{_{i}}$$
(II.4.142)

$$I_{i} = \frac{1}{2} \cdot \left(\left[K^{+} \right] + \left[HCO_{3}^{-} \right] + 2^{2} \cdot \left[CO_{3}^{2-} \right] \right)$$
(II.4.143)

$$\log K_{w} = -3.7197 - \frac{3167.13}{T_{LK}}$$
(II.4.144)

- relații referitoare la echilibru:

$$Y^{*} = \frac{[CO_{2}^{*}]}{He \cdot P} \qquad (II.4.145) \qquad [CO_{2}^{*}] = \frac{K_{2}}{K_{1}} \frac{[HCO_{3}^{-}]}{[CO_{3}^{2-}]} \qquad (II.4.146)$$

$$K_{1} = \frac{\left[H^{+}\right]\left[HCO_{3}^{-}\right]}{\left[CO_{2}\right]} \qquad (II.4.147) \qquad K_{2} = \frac{\left[H^{+}\right]\left[CO_{3}^{2-}\right]}{\left[HCO_{3}^{-}\right]} \qquad (II.4.148)$$

In notarea mărimilor care caracterizeaza transferul de masă și echilibrul s-au păstrat notațiile standard folosite în literatură :

a = aria udată dintr-un m³ de umplutură;

a_p= suprafața specifică a umpluturii ;

 D_{I} = coeficientul de difuzie al substanței care se absoarbe în lichid ;

 D_g = coeficientul de difuziune al substanței care se absoarbe în gaz ;

 D_p = diametrul echivalent al corpurilor umpluturii ;

E = factorul de amplificare a absorbției de către reacția chimică ;

 E_p = factorul de amplificare a reacției chimice de către promotor ;

 G_{m0} = debitul masic de gaz raportat la suprafața secțiunii transversale;

He, $He_W = Solubilitatea fizică a CO_2 în soluție sau în apă ;$

 $I_i = t$ ăria ionică a soluției ;

 k_{OH} = constanta de viteză pentru reacția dintre ionii hidroxil și dioxidul de carbon, reacție care decide viteza transferului de masă :

$$\text{CO}_2 + \text{OH}^{\xrightarrow{k_{\text{OH}}}} \text{HCO}_3^-$$

kg, k₁ = Coeficienții parțiali de transfer de masă referitori la gaz și lichid ;

 k_{L}^{0} = Coeficientul parțial de transfer de masa pentru partea de lichid în cazul absorbtiei fizice ;

K_w = constanta de disociere a apei ;

 L_{m0} = debitul masic de lichid raportat la suprafața secțiunii transversale ;

M = masa moleculară a dioxidului de carbon;

P= presiunea absolută;

R = constanta generală a gazelor;

 T_g, T_L = temperatura gazului sau lichidului ;

 T_{gk} , T_{Lk} == temperatura absolută a gazului sau lichidului ;

 η , ρ = vâscozitatea, respectiv densitatea gazului sau lichidului.

In figurile II.4.31 și II.4.32 sunt prezentate profilul raportului molar și al gradului de carbonatare pentru trei situații diferite în privința modelării coloanei:regim izoterm, curgere tip piston și respectiv piston cu amestecare axială și regim neizoterm, piston cu amestecare axială.





izoterm – curgere tip piston; regim izoterm – piston cu amestecare axială și respectiv regim neizoterm – piston cu amestecare axială.



Figura II.4.32 Profilul gradului de carbonatare în lungul axei în cazul regimului izoterm – curgere tip piston; regim izoterm – piston cu amestecare axială și respectiv regim neizoterm – piston cu amestecare axială.

Se poate remarca importanta modificare de profil odată cu schimbarea ipotezelor avute în vedere la dezvoltarea modelului matematic: efectele termice care acompaniază absorbția duc la o modificare substanțiala a profilului compoziției fazelor. În figura II.4.33 este prezentat profilul temperaturii fazelor pentru valori ale numerelor Peclet de 20 atât în privința transferului de masă cât și a celui termic.



Figura II.4.33 Profilul temperaturii fazelor în absorber: curgere tip piston cu amestecare axială, coeficienții de amestecare axială Pe_g=Pe_L=Pe_{Tg}=Pe_{TL}=20.

d) Regim dinamic, neizoterm, curgere tip piston cu amestecare axială

In ceea ce privește dinamica, prezentăm în figurile II.4.34 – II.4.35 modificarea raportului molar în gaz și respectiv a temperaturii fazei gazoase la mijlocul zonei inferioare a absorberului industrial urmare a scăderii debitului de soluție cu 15% timp de 300 de secunde. Iată situațiile luate în considerare în ceea ce privește simularea:

- în cazul raportului molar în gaz, se prezintă rezultatele obținute pentru:
 - regim izoterm, curgere tip piston cu amestecare axială, valoarea numerelor Peclet atât pentru gaz cât și pentru lichid - 20;



- regim neizoterm, piston cu dispersie axială, valoarea numerelor Peclet – 20, atât pentru amestecarea axială termică cât și pentru cea referitoare la compoziția fazelor;
- regim neizoterm, piston cu dispersie axială, valoarea numerelor Peclet – 200 din nou pentru ambele amestecări; pentru a uşura compararea, s-a ales în cazul numerelor Pe de 200 o secțiune de discretizare unde valoarile inițiale de regim staționar sunt apropiate;
- în cazul temperaturii, prezentarea comparativă se referă numai la ultimele două situații prezentate mai sus. Se poate remarca faptul ca deși se referă la aceeași secțiune de discretizare, temperatura inițiala (cea corespunzatoare regimului staționar) nu este aceeași ca urmare a profilului staționar diferit de la care încep modificările în dinamică.



Figura II.4.34 Modificarea raportului molar în gaz ca urmare a scăderii debitului de soluție cu 15% timp de 300 secunde pentru trei situații privind simularea.





Figura II.4.35 Modificarea temperaturii lichidului ca urmare a scăderii debitului de soluție cu 15% timp de 300 secunde pentru două situații privind simularea.

Soluționarea celor 4 ecuații cu derivate parțiale (II.4.125)-(II.4.128) s-a realizat printr-o schemă explicită utilizând metoda diferențelor finite. Parametrii modelului (transfer de masă, caldură, echilibru) au fost recalculați la fiecare pas pe axa timpului. Profilul staționar inițial atât în ce privește compoziția fazelor cât și temperatura acestora a fost obținut conform metodologiei prezentate anterior (§ II.4.8 -c).

Se pot constata importante deosebiri între rezultatele obținute prin simulare în funcție de ipotezele de la care s-a plecat în formularea modelului.